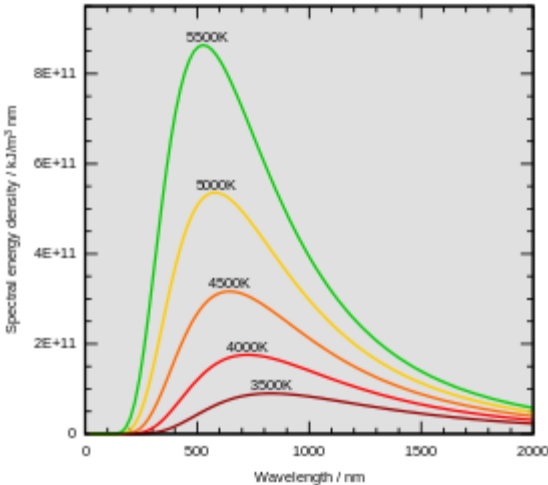


# Закон смещения Вина

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

**Зако́н смеще́ния Ви́на** устанавливает зависимость длины волны, на которой спектральная плотность потока излучения чёрного тела достигает своего максимума, от температуры чёрного тела.

Вильгельм Вин впервые вывел этот закон в 1893 году, путём применения законов термодинамики к электромагнитному излучению.



Кривые зависимостей спектральной плотности излучения абсолютно чёрных тел с различными температурами от длины волны. Видно, что при возрастании температуры максимум спектральной плотности сдвигается в коротковолновую часть спектра. Именно эту особенность и описывает закон Вина

## Содержание

[Общий вид закона смещения Вина](#)

[Вывод закона](#)

[Примеры](#)

[См. также](#)

[Примечания](#)

[Ссылки](#)

## Общий вид закона смещения Вина

Закон выражается формулой

$$\lambda_{\max} = b/T,$$

где  $\lambda_{\max}$  — длина волны излучения с максимальной интенсивностью, а  $T$  — температура. Коэффициент  $b = \frac{ch}{k\alpha}$  (где  $c$  — скорость света в вакууме,  $h$  — постоянная Планка,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\alpha \approx 4,965114...$  — постоянная величина, корень уравнения  $\alpha/5 = 1 - e^{-\alpha}$ ), называемый постоянной Вина, в Международной системе единиц (СИ) имеет значение 0,002898 м·К.

Для частоты света  $\nu$  (в герцах) закон смещения Вина имеет вид

$$\nu_{\max} = \frac{\alpha}{h}kT \approx 5,879 \times 10^{10} \cdot T,$$

где  $\alpha \approx 2,821439...$  — постоянная величина (корень уравнения  $\alpha/3 = 1 - e^{-\alpha}$ ),  $k$  — постоянная Больцмана,  $h$  — постоянная Планка,  $T$  — температура (в кельвинах).

Различие численных постоянных здесь обусловлено различием между показателями степени в планковском распределении, записанном для длины волны и частоты излучения: в одном случае входит  $\lambda^{-5}$ , в другом —  $\omega^3 \sim \lambda^{-3}$ . Это различие, в свою очередь, возникает из-за нелинейности связи между частотой и длиной волны:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad \frac{d}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda}.$$

## Вывод закона

Для вывода можно использовать выражение закона излучения Планка для абсолютно чёрного тела, записанного для длин волн:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}.$$

Чтобы найти экстремумы этой функции в зависимости от длины волны, её следует продифференцировать по  $\lambda$  и приравнять производную нулю:

$$\frac{\partial B}{\partial \lambda} = \frac{2hc}{\lambda^6} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \left( \frac{hc}{kT\lambda} \frac{e^{hc/\lambda kT}}{(e^{hc/\lambda kT} - 1)} - 5 \right) = 0.$$

Из этой формулы сразу можно определить, что производная приближается к нулю, когда  $\lambda \rightarrow \infty$  или когда  $e^{hc/\lambda kT} \rightarrow \infty$ , что выполняется при  $\lambda \rightarrow 0$ . Однако, оба эти случая дают минимум функции Планка  $B(\lambda)$ , которая для указанных длин волн достигает своего нуля (см. рисунок вверху). Поэтому анализ следует продолжить лишь с третьим возможным случаем, когда

$$\frac{hc}{kT\lambda} \frac{e^{hc/\lambda kT}}{(e^{hc/\lambda kT} - 1)} - 5 = 0.$$

Используя замену переменных  $x = \frac{hc}{kT\lambda}$ , данное уравнение можно преобразовать к виду

$$\frac{xe^x}{e^x - 1} - 5 = 0.$$

Численное решение этого уравнения даёт<sup>[1]</sup>

$$x = 4,965114231744276 \dots$$

Таким образом, используя замену переменных и значения постоянных Планка, Больцмана и скорости света, можно определить длину волны, на которой интенсивность излучения абсолютно чёрного тела достигает своего максимума:

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{x kT} = \frac{2,89776829 \dots \times 10^{-3}}{T},$$

где температура дана в кельвинах, а  $\lambda_{\max}$  — в метрах.

## Примеры

Согласно закону смещения Вина, чёрное тело с температурой человеческого тела (~310 К) имеет максимум теплового излучения на длине волны около 10 мкм, что соответствует инфракрасному диапазону спектра.

Реликтовое излучение имеет эффективную температуру 2,7 К и достигает своего максимума на длине волны 1 мм. Соответственно, эта длина волны принадлежит уже радиодиапазону.

## См. также

- Абсолютно чёрное тело
- Закон излучения Планка
- Закон Стефана — Больцмана

## Примечания

- Решение уравнения  $\frac{xe^x}{e^x - 1} = n$  невозможно выразить с помощью элементарных функций. Его точное решение можно найти с помощью W-функции Ламберта, однако в данном случае достаточно воспользоваться приближённым решением.

## Ссылки

- Мир физики Эрика Вейстейна (<http://scienceworld.wolfram.com/physics/WiensDisplacementLaw.html>) (англ.)
- Soffer, B. H.; Lynch, D. K.* Some paradoxes, errors, and resolutions concerning the spectral optimization of human vision (<http://www.escholarship.org/uc/item/8q007697>) (англ.) // American Journal of Physics : journal. — 1999. — Vol. 67, no. 11. — P. 946—953. — doi:10.1119/1.19170 (<https://dx.doi.org/10.1119%2F1.19170>). — .
- Heald, M. A.* Where is the 'Wien peak'? (англ.) // American Journal of Physics. — 2003. — Vol. 71, no. 12. — P. 1322—1323. — doi:10.1119/1.1604387 (<https://dx.doi.org/10.1119%2F1.1604387>). — .

Источник — [https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Закон\\_смещения\\_Вина&oldid=109381774](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Закон_смещения_Вина&oldid=109381774)

**Эта страница в последний раз была отредактирована 20 сентября 2020 в 21:56.**

Текст доступен по лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike; в отдельных случаях могут действовать дополнительные условия.

Wikipedia® — зарегистрированный товарный знак некоммерческой организации Wikimedia Foundation, Inc.