



Лаборатория вычислительной динамики сплошной среды

СИЛЬНОЕ СЖАТИЕ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ЖИДКОСТИ

АКТУАЛЬНОСТЬ

Одной из важных особенностей динамики пузырьков в жидкости является возможность реализации сжатия содержимого пузырьков с достижением высоких давлений, плотностей и температур. Среди явлений, в которых термодинамические параметры достигают экстремально больших значений, можно отметить периодическую однопузырьковую сонолюминесценцию, явление выхода нейтронов и ядер трития при акустической кавитации дейтерированного ацетона, кавитационный синтез наноалмазов в бензоле и толуоле.

1. **Периодическая однопузырьковая сонолюминесценция.** Под этим явлением подразумевается свечение одиночного пузырька (рис. 1) при акустических колебаниях в жидкости. Согласно уже вполне устоявшемуся мнению явление однопузырьковой сонолюминесценции является результатом достижения очень высоких уровней термодинамических параметров внутри пузырька вблизи момента наиболее сильного сжатия.



Рис. 1. Периодическая однопузырьковая сонолюминесценция: свечение газового пузырька в центре стеклянной колбы с жидкостью (Flannigan D.J., Suslick K.S. // *Nature Physics*. 2010. V. 6. P. 598-601).

2. **Нейтронная эмиссия при акустическом возбуждении кластера кавитационных пузырьков в дейтерированном ацетоне – «Пузырьковый термояд».** В центре колбы с жидким дейтерированным ацетоном в стоячей волне давления (рис. 2а) испытывает акустические колебания кластер кавитационных пузырьков (рис. 2b). В моменты экстремального сжатия пузырьков наблюдается выход термоядерных нейтронов и ядер трития (Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. // *Science*. 2002. V. 295. P. 1868-1873).

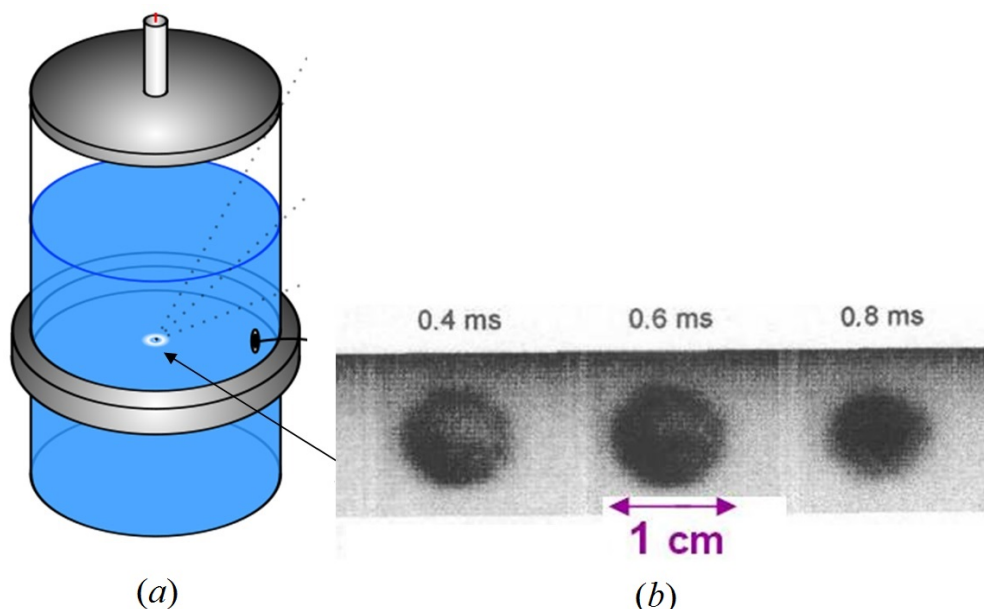


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для получения нейтронной эмиссии при акустической кавитации дейтерированного ацетона (а); сферический кластер кавитационных пузырьков (b) (Xu Y., Butt A. // *Nuclear Engineering and Design*. 2005. V. 235. P. 1317-1324).

3. Производство наноразмерных алмазов при акустической кавитации бензола и толуола. В колбе с жидким бензолом или толуолом большое количество кавитационных пузырьков подвергается сжатию бегущей ударной волной огромной амплитуды. В момент экстремального сжатия пузырьков из-за огромных давлений имеющийся в молекулах бензола или толуола углерод организуется в алмазные структуры нанометровых размеров (Галимов Э.М. и др. // *Доклады Академии наук*. 2004. Т. 395, № 2. С. 187-191).

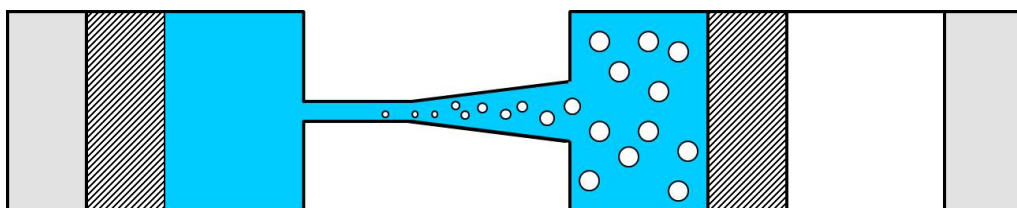


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для синтеза наноалмазов. При плавном движении поршней (заштрихованные элементы) вправо в жидкости появляется множество кавитационных пузырьков; при резком ударном движении правого поршня влево организуется бегущая ударная волна через пузырьковую жидкость.

РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Выполнено исследование сильного (взрывного) сжатия (коллапса) в жидкости (воде и ацетоне) сферического кавитационного (парового) пузырька [9]. Давление жидкости p_0 варьируется в диапазоне от 1 до 100 бар, начальный радиус пузырька равен 500 мкм, температура воды 20°C, ацетона 0 и 20°C, пар в пузырьке в начале сжатия находится в состоянии насыщения. Показано, что с ростом p_0 последовательно реализуются однородное сжатие (рис. 4а), сжатие простыми волнами (рис. 4b), сжатие ударными волнами (рис. 4с). Наиболее высокие значения параметров будут достигаться при третьем сценарии. В случае пузырька в ацетоне сценарии сжатия меняются намного быстрее. В результате в этом случае все сценарии реализуются уже при $p_0 \leq 3.5$ бар, тогда как в случае пузырька в воде при $p_0 < 100$ бар сценарий, проиллюстрированный на рис. 4с, не реализуется. По той же причине при больших p_0 (≥ 10 бар) степень сжатия среды пузырька в ацетоне намного больше, чем пузырька в воде, хотя при малых p_0 (≤ 1 бар) это соотношение противоположно.

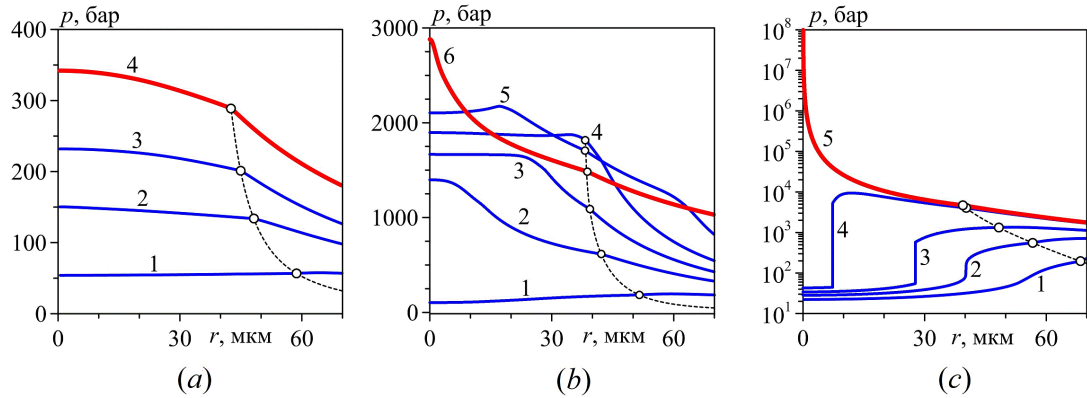


Рис. 4. Радиальное распределение давления при сжатии пара в пузырьке в ацетоне близком к однородному (а, давление жидкости $p_0 = 1$ бар), при сжатии пара в пузырьке за счет радиального схождения и фокусировки простых (b, $p_0 = 2$ бар) и ударных (с, $p_0 = 15$ бар) волн сжатия (начальный радиус пузырька 0.5 мм, температура ацетона 20°C). Координата $r = 0$ соответствует центру пузырька; кружки – граница пузырька (слева – пар, справа – жидкость).

2. Установлено, что при сжатии пузырька с начальным радиусом 0.5 мм при давлении жидкости 15 бар и ее температуре 20°C амплитуда возмущений сферичности пузырька, отнесенная к его текущему радиусу, может возрастать к концу его сжатия до 3400 раз в воде и только в 70 раз в ацетоне.

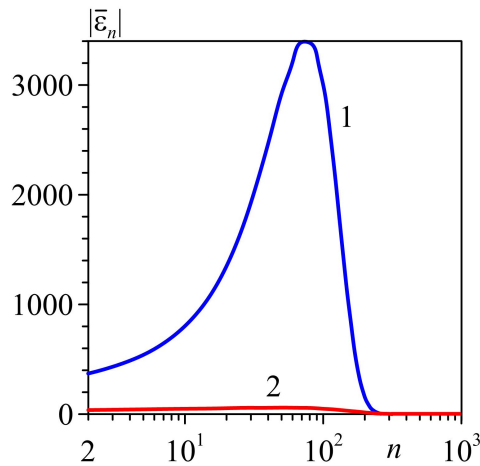


Рис. 5. Зависимость $|\bar{\varepsilon}_n|$ (отношения амплитуды безразмерного возмущения сферичности пузырька в виде сферической гармоники степени n в конце сжатия пузырька к ее начальному значению) от n для воды (кривая 1) и ацетона (кривая 2).

3. Разработана методика численного исследования финальной стадии фокусировки радиально сходящейся несферической ударной волны в окрестности центра осесимметричного кавитационного пузырька, подвергнутого сильному сжатию [12]. В используемой гидродинамической модели учитываются сжимаемость жидкости, теплопроводность пара и жидкости, испарение и конденсация на межфазной поверхности, применяются реалистичные широкодиапазонные уравнения состояния. Сетки подвижные, с явным выделением поверхности пузырька (рис. 6а). Методика основана на TVD-модификации схемы Годунова второго порядка точности по пространству и времени. Ее экономичность обусловлена учетом особенностей задачи в финальной стадии фокусировки несферической ударной волны в центральной области пузырька. После того, как ударная волна становится сильно несферической, в центральной области пузырька криволинейная радиально-расходящаяся сетка заменяется на прямолинейную косоугольную, близкую к декартовой (рис. 6б). В этот же момент сферическая неподвижная система отсчета сменяется цилиндрической.

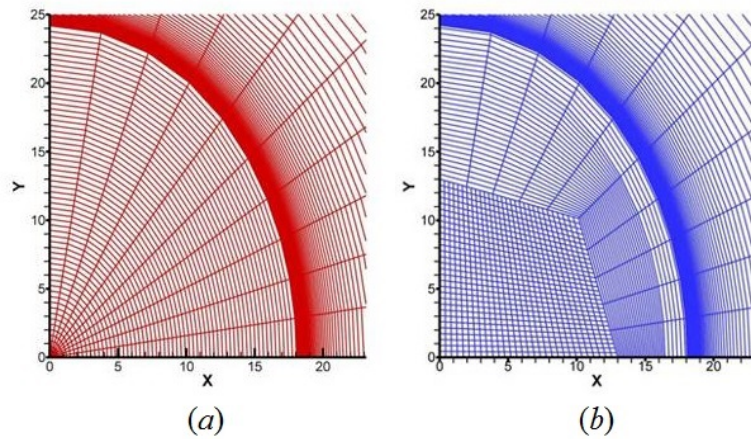


Рис. 6. Фрагменты расчетных сеток созданной методики расчета эволюции сильно несферических ударных волн в осесимметричном кавитационном пузырьке при его высокоскоростном сжатии в жидкости в момент замены в центральной области пузырька криволинейной радиально-расходящейся сетки (а) на прямолинейную косоугольную, близкую к декартовой (b). Внутренняя граница сливающихся ячеек сетки – поверхность пузырька.

4. Показано, что малые начальные сфероидальные отклонения формы кавитационного пузырька от сферической приводят к снижению степени сжатия среды в нем при его сильном сжатии на режиме с образованием в его полости радиально сходящихся ударных волн. При этом степень сжатия среды в изначально слегка вытянутом пузырьке оказывается больше, чем в изначально слегка сплюснутом. Такая разница связана с различием фокусировки сходящихся ударных волн в этих пузырьках. В случае изначально вытянутого пузырька ударная волна в начале смыкания полости перед ее фронтом приобретает гантелеподобную форму, а случае изначально сплюснутого пузырька становится дискообразной. В результате в отличие от сферической фокусировки в чисто сферическом пузырьке в случае изначально вытянутого пузырька фокусировка ударной волны реализуется близкой к цилиндрической (рис. 7), а в случае изначально сплюснутого пузырька – близкой к столкновению двух плоских ударных волн (рис. 8).

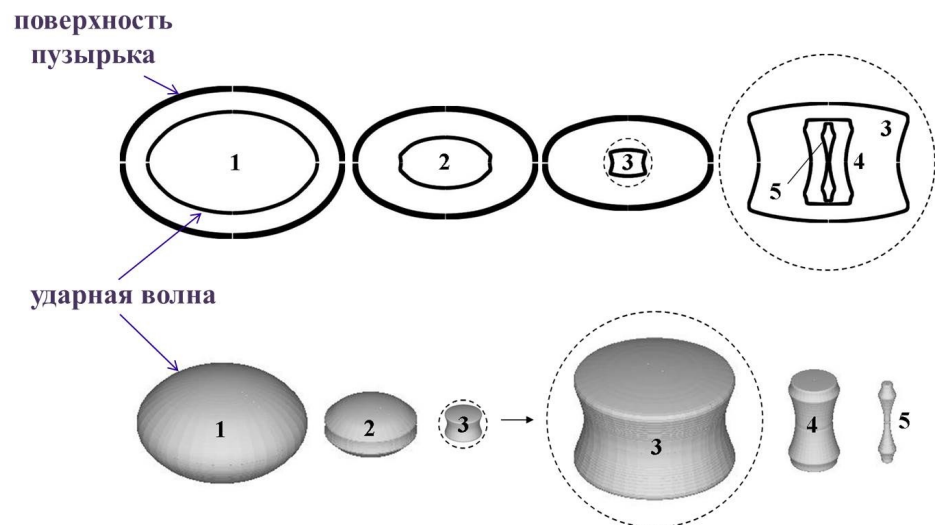


Рис. 7. Контуры поверхности изначально слегка вытянутого (амплитуда безразмерного сфероидального возмущения сферичности пузырька, т.е. в виде сферической гармоники степени 2, $\varepsilon_2(t=0) = +0.0033$) пузырька в его осевых сечениях в три момента времени 1-3 (внешние сплошные линии) и аналогичные контуры фронта радиально сходящейся ударной волны в его полости в пять моментов времени 1-5 (внутренние сплошные линии) в процессе схождения этой волны (а) и соответствующие контурам 1-5 пять поверхностей ударной волны (б). Штриховой линией проведены характеризующие масштаб окружности $r = 7.48$ мкм.

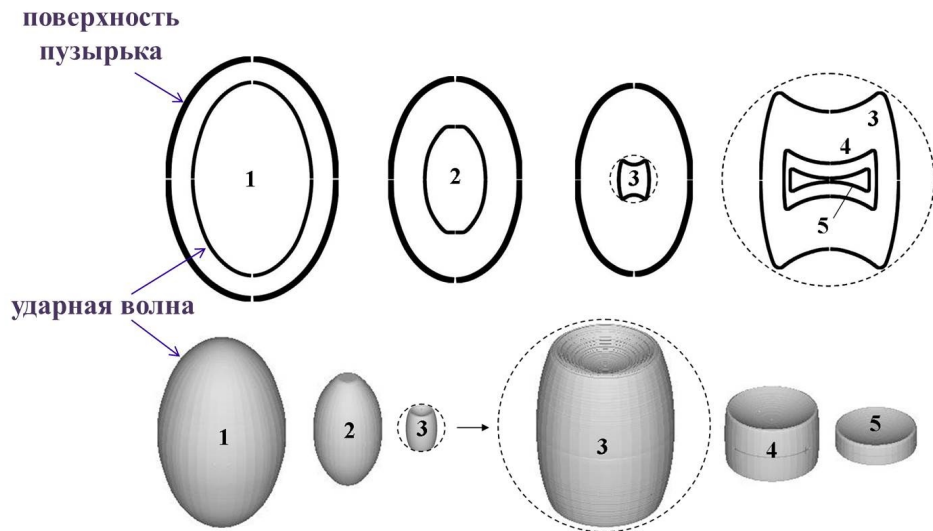


Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но для изначально слегка сплюснутого пузырька ($\epsilon_2(t=0) = -0.0033$).

5. Показано, что характеризуемая числом произведенных нейтронов степень сжатия среды в несферических пузырьках меньше, чем в сферическом. При этом при условии одинаковой амплитуды начального возмущения сферичности пузырька количество произведенных нейтронов в изначально слегка вытянутом пузырьке больше, чем в изначально сплюснутом. Степень сжатия среды в пузырьке оценивается с помощью интегральной свертки работы *Nigmatulin R.I. et al. Physics of Fluid. 2005. V. 17. 107106*, выражающей число образующихся в пузырьке нейтронов на отрезке времени от 0 до t .

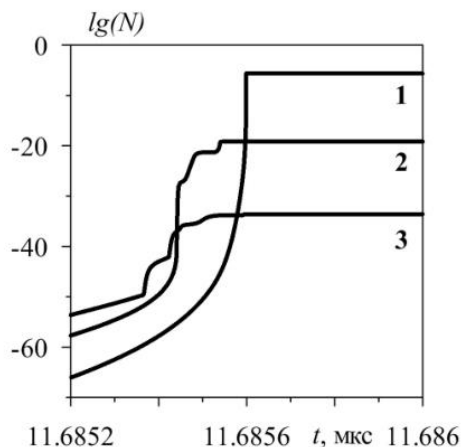


Рис. 9. Изменение логарифма от числа произведенных в пузырьке нейтронов N при сжатии изначально сферического (кривая 1), слегка вытянутого ($\epsilon_2(t=0) = +0.0033$, кривая 2) и сплюснутого ($\epsilon_2(t=0) = -0.0033$, кривая 3) пузырьков.

6. Разработана математическая модель однократного сильного совместного расширения-сжатия расположенных в жидкости в линию слабонесферических кавитационных пузырьков [4, 8]. Учитывается нестационарная теплопроводность в паре и жидкости, неравновесные испарение и конденсация. Применяются широкодиапазонные уравнения состояния, построенные по экспериментальным данным.

На фазе расширения и на наиболее продолжительной низкоскоростной стадии сжатия динамика пузырьков описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями относительно радиусов пузырьков, координат их центров и амплитуд их несферичности в виде сферических гармоник [1]. В финальной высокоскоростной стадии сжатия взаимодействие пузырьков не учитывается, движение пара и жидкости расщепляется на сферическую составляющую и ее малое несферическое возмущение [10, 11]. Сферическая составляющая описывается уравнениями газовой динамики, а несферическая – обыкновенными дифференциальными уравнениями относительно амплитуд несферичности пузырьков в виде сферических гармоник.

7. Проведено численное исследование однократного сильного расширения-сжатия расположенных в линию (в виде стримера) кавитационных пузырьков в условиях известных экспериментов по акустическому сверхсжатию пузырьков в дейтерированном ацетоне. Показано, что:

– при расширении более близкие к центру пузырьки деформируются сильнее периферийных, тогда как к концу сжатия ситуация меняется на противоположную (рис. 10);

- при произвольной по виду и достаточно малой по величине начальной несферичности пузырьков их форма в конце их совместного расширения (а значит, и в конце сжатия) определяется их взаимодействием (начальная форма «забывается») (рис. 11);
- пузырьки ведут себя как одиночные в финальной высокоскоростной стадии их сжатия, где их поступательное движение на периферии сильно ускоряется, а перемещение в центральной области оказывается незначительным (т.е. центральные пузырьки в конце сжатия деформируются как одиночные неподвижные);
- по мере увеличения числа пузырьков различие их деформаций в центральной области все более уменьшается, так что при достаточно большом их количестве центральные пузырьки деформируются практически одинаково;
- с увеличением расстояния между пузырьками и с уменьшением длины волны возмущений их сферичности деформация пузырьков уменьшается.

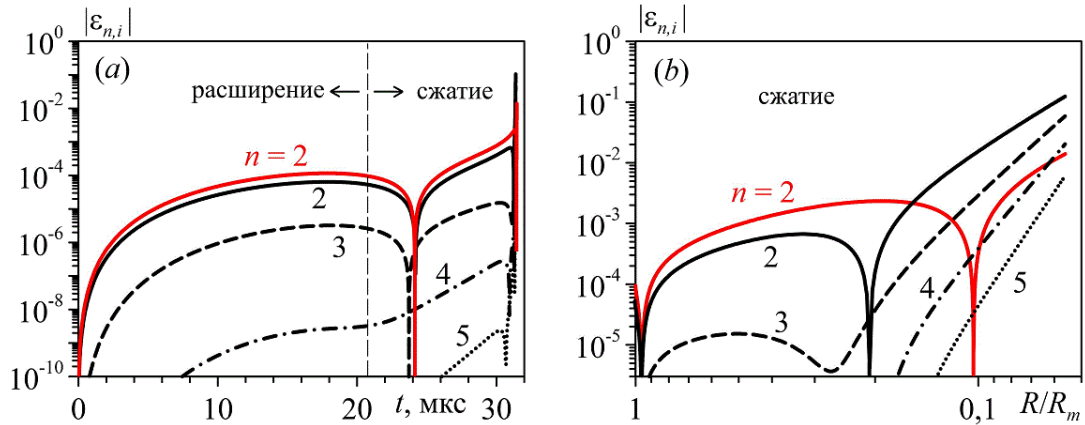


Рис. 10. Деформация трех расположенных в линию равноотстоящих пузырьков по гармоникам с номерами $n = 2-5$ при их расширении и сжатии (а) и, более подробно, при сжатии (б). Красные кривые соответствуют центральному пузырьку ($i = 2$), черные – боковым ($i = 1, 3$), $d_0 / D_{\max} = 11$, d_0 – начальное расстояние между соседними пузырьками, D_{\max} – диаметр пузырьков в конце расширения.

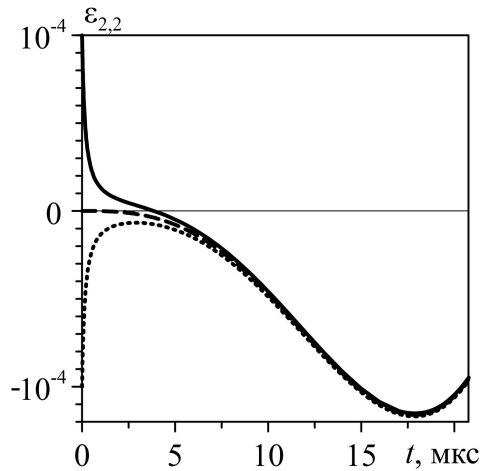


Рис. 11. Изменение $\varepsilon_{2,2}(t)$ – амплитуды несферичности по второй гармонике центрального пузырька в группе из трех равноотстоящих пузырьков ($d_0 / D_{\max} = 11$) в ходе их расширения при $\varepsilon_{2,2}(0) = -10^{-4}, 0, 10^{-4}$.

8. Разработана математическая модель пространственного гидродинамического взаимодействия сферических газовых пузырьков в жидкости в акустическом поле. Она представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков и радиус-векторов их центров. Полученные уравнения имеют четвертый порядок точности относительно R / D , где R – характерный радиус пузырьков, D – характерное расстояние между пузырьками, что на порядок выше точности известных в литературе моделей. Вывод уравнений осуществляется методом сферических функций с использованием интеграла Коши-Лагранжа, кинематических и динамических граничных условий на поверхности пузырьков. При этом эффекты вязкости и сжимаемости жидкости учитываются приближенно, газ в пузырьках полагается гомобарическим.

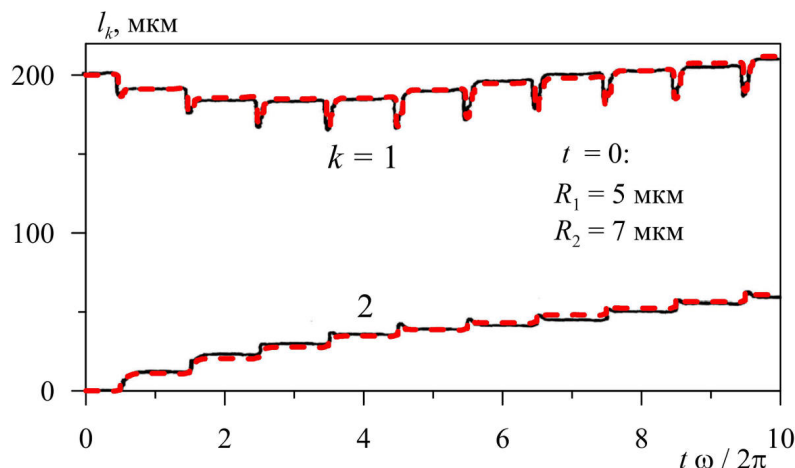


Рис. 12. Изменение координат центров двух взаимодействующих пузырьков на прямой, проходящей через центры этих пузырьков в начале их взаимодействия. Красные штриховые линии – результаты предложенной трехмерной модели, черные сплошные – результаты осесимметричной модели работы Doinikov A.A. *Phys. Rev. E*. 2001. V. 64. N 2. 026301. Давление жидкости $p_\infty = p_0 - p_a \sin \omega t$, $p_0 = 1$ бар, $p_a = 1.2$ бар, $\omega / 2\pi = 20$ кГц.

Основные публикации

- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Моделирование взаимодействия газовых пузырьков в жидкости с учетом их малой несферичности // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 6. С. 89-102.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Уточненная модель взаимодействия сферических газовых пузырьков в жидкости // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 9. С. 89-98.
- Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Метод численного решения задач сильного сжатия несферического кавитационного пузырька // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15. № 1. С. 14-32.
- Давлетшин А.И. Деформация кавитационных пузырьков в кометообразных стримерах // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Часть 3. С. 742-744.
- Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Эволюция малых искажений парового пузырька при его сверхсжатии // Математическое моделирование. 2011. Т. 23. № 10. С. 82-96.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И., Самерханов Р.З. Определение потенциала скорости жидкости при наличии в ней расположенных в линию слабонесферических пузырьков // Труды Академэнерго. 2013. № 1. С. 7-26.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Взаимодействие сферических пузырьков с центрами на одной прямой // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 12. С. 3-18.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю. Динамика расположенных в линию кавитационных пузырьков в интенсивной акустической волне // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19. № 1. С. 3-19.
- Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014. Т. 458. № 3. С. 282-286.
- Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферичности парового пузырька при его сверхсжатии // ПМТФ. 2014. Т. 55. № 3. С. 82-102.
- Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферической формы кавитационного пузырька при его взрывном коллапсе // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2014. Т. 156. Кн. 1. С. 79-108.
- Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Численное моделирование радиально сходящихся ударных волн в полости пузырька // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 4. С. 3-20.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Потенциал скорости жидкости со сферическими пузырьками с центрами на одной прямой // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. № 2. С. 393-397.
- Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Деформация ударной волны при сильном сжатии несферических пузырьков // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53, № 6. С. 923-927.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю. Деформация расположенных в линию кавитационных пузырьков при их сильном расширении-сжатии // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 157. Кн. 4. С. 67-78.
- Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Сильное сжатие среды в сфероидальном кавитационном пузырьке // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 157. Кн. 1. С. 90-100.
- Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне от давления жидкости // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. N 3. С. 807-812.
- Аганин А.А., Ильгамов М.А. Двадцать лет исследований по пузырьковой кумуляции // Известия УНЦ РАН. 2015. №4. С. 5-19.
- Aganin A.A., Ilgamov M.A., Lahey R.T.Jr., Nigmatulin R.I., Taleyarkhan R.P., Toporkov D.Yu. Evolution of sphericity distortions of a cavitation bubble during acoustic supercompression // Известия УНЦ РАН. 2015. № 1. С. 5-26.
- Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Эволюция возмущений сферичности пузырька при его сильном сжатии // ДАН. 2016. Т. 467. № 2. С. 168-172.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Уточненная модель пространственного взаимодействия сферических газовых пузырьков // Известия УНЦ РАН. 2016. № 4. С. 9-13.
- Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в воде и бензоле от давления жидкости // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2016. Т. 158, кн. 2. С. 231-242.
- Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Коллапс кавитационных пузырьков в воде и ацетоне // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 25-летию ИММ КазНЦ РАН. Сборник научных трудов. Казань: Изд-во "Фэн" АН РТ, 2016. С. 48-60.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Уравнения пространственного взаимодействия сферических газовых пузырьков в жидкости в акустическом поле // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 25-летию ИММ КазНЦ РАН. Сборник научных трудов. Казань: Изд-во «Фэн» АН РТ, 2016. С. 207-218.
- Аганин А.А., Ильгамов М.А., Халитова Т.Ф., Топорков Д.Ю. Деформация пузырька, образованного в результате слияния кавитационных включений, и ударной волны в нем при его сильном расширении и сжатии // Теплофизика и аэромеханика, 2017. Т. 24. № 1. С. 73-82.
- Аганин А.А., Давлетшин А.И. Преобразование нерегулярных шаровых функций при параллельном переносе системы координат // Уч. зап. Казан. ун-та. 2017. Т. 159, кн. 1. С. 5-12.

27. Аганин А. А., Топорков Д. Ю. Оценка возникновения ударных волн в кавитационном пузырьке при его коллапсе // Уч. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2017. Т. 159, кн. 3. С. 271–281.
28. Нигматуллин Р. И., Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю. Сильное сжатие пара в кавитационных пузырьках в воде и ацетоне // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22. № 3. С. 580–585.
29. Аганин А. А., Халитова Т.Ф. Зависимость образования ударной волны в кавитационном пузырьке от температуры жидкости // Труды ин-та механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017. Т. 12, № 1. С.89–95.
30. Аганин А.А., Давлетшин А.И. Гидродинамическое взаимодействие слабонесферических газовых пузырьков в жидкости в трёхмерной постановке задачи // Труды ин-та механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017. Т. 12. № 1. С. 51–58. [Текст](#)
31. Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Коллапс слабонесферического кавитационного пузырька // Труды ин-та механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2017. Т. 12. № 1. С. 1–8. [Текст](#)
32. Аганин А.А., Давлетшин А.И., Халитова Т.Ф. Численное моделирование динамики пузырьков в центральной области стримера // Многофазные системы. 2018. Т. 13. № 1. С. 11–22.
33. Топорков Д.Ю. Коллапс слабонесферического кавитационного пузырька в ацетоне и тетрадекане // Многофазные системы. 2018. Т. 13. № 1. С. 23–28.
34. Аганин А.А., Давлетшин А.И. Деформации взаимодействующих газовых пузырьков в жидкости при акустическом воздействии // Учен. зап. Казан. ун-та. 2018. Сер. физ.-мат. науки. 2018. Т. 160. Кн. 4. С. 657–669.
35. Нигматуллин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Возможность реализации сверхсжатия кавитационного пузырька в тетрадекане // Доклады академии наук. 2018. Т. 481. №. 6. С. 625–629. {R.I. Nigmatulina, A.A. Aganin, D.Yu. Toporkov. Possibility of Cavitation Bubble Supercompression in Tetradecane // Doklady Physics. 2018. Vol. 63. No. 8. P. 348–352}.
36. Aganin A.A., Davletshin A.I. Equations of Interaction of Weakly Non-Spherical Gas Bubbles in Liquid // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2018. Vol. 39. Iss. 8. P. 1047–1052.
37. Aganin A.A., Davletshin A.I. Influence of spatial position of gas bubbles in liquid on their joint dynamics // Journal of Physics: Conference series, 2018. 1058: 012067.
38. Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю. Сжатие пара в кавитационных пузырьках в воде, ацетоне и бензоле // Изв. Уфим. Науч. цент. РАН. 2019. № 1. С. 5–12.
39. Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Влияние температуры жидкости на сильное сжатие кавитационного пузырька // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 161. № 1. С. 53–65.
40. Нигматуллин Р. И., Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю. Экстремальная фокусировка энергии при ударном сжатии парового пузырька в углеводородных жидкостях // ТБТ. 2019. Т. 57. вып. 2. С. 253–261. {R. I. Nigmatulin, A. A. Aganin, M. A. Il'gamov, and D. Yu. Toporkov Extreme Focusing of Energy during Shock Compression of the Vapor Bubble in Hydrocarbon Liquids // High Temperature. 2019. Vol. 57. No. 2. P. 228–235.}
41. Aganin A.A., Davletshin A.I. Interaction of cavitation bubbles in acetone at their strong enlargement and collapse // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. Iss. 6. С. 699–704.
42. A. A. Aganin, T. F. Khalitova, Numerical simulation of convergence of nonspherical shock waves in a cavitation bubble // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. Iss. 6. С. 705–710.
43. Toporkov D.Yu. Influence of the Liquid Pressure on Collapse of a Vapor Bubble in Hot Acetone // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. Iss. 6. P. 814–818.
44. Aganin A. A., Davletshin A.I., Khalitova T.F. Deformation of cavitation bubbles at their strong expansion and collapse in a streamer // Journal of Physics: Conference series. 2019. 1328: 012002
45. Toporkov D.Yu. Evaluation of small non-sphericity of converging shock waves in bubbles during collapse in acetone and tetradecane // Journal of Physics: Conference series. 2019. 1328: 012086.
46. Aganin A. A., Davletshin A.I., Khalitova T.F. Numerical simulation of strong expansion and collapse of cavitation bubbles with centers located in straight line // Journal of Physics: Conference series. 2019. 1158(2): 022004.

2019